Curso: Métodos Numéricos en Fenómenos de Transporte

Guía Método de diferencias finitas

Norberto Nigro, Mario Storti
Centro Internacional de Métodos Computacionales en Ingeniería

25 de mayo de 2007

1. Escriba un programa para resolver la ecuación del calor con transporte y reacción en un dominio de longitud L, conductividad k, constante de reacción c y velocidad v por el Método de Diferencias Finitas, con un término fuente $Q(x)$.

   a) Resuelva el problema para $v = c = 0$, $Q = 1$, con condiciones de contorno $\phi(0) = \phi(L) = 1$. Comparar con la solución exacta. ¿Cuál es la máxima temperatura en el dominio?

   b) Resuelva el caso $Q = 0$, $c > 0$, $\phi(0) = \phi(L) = 1$. Hallar (en forma adimensional) el espesor de la capa límite en la pared para $\theta \to \infty$, donde θ es el módulo de el espesor de la capa límite. ¿Qué pasa cuando el espesor de la capa límite es menor que el tamaño del paso de la malla?

   c) Resuelva el caso $Q = 0$, $c = 0$, $v \neq 0$, $\phi(0) = 0$, $\phi(L) = 1$ con un esquema centrado. Igual que en el caso anterior, hallar (en forma adimensional) el espesor límite en la pared para $\mathrm{Pe} \gg 1$, donde Pe es el número de Peclet. ¿Qué pasa cuando el espesor de la capa límite es menor que el tamaño del paso de la malla? Explicar como se pega este criterio con el de $\mathrm{Pe}_{\Delta x} < 1$.

   d) Resolver el mismo caso con un esquema decentrado, con diferentes funciones de upwind. Cuantificar la disipación para los diferentes esquemas cuando $\mathrm{Pe}_{\Delta x} = 1$.

2. Escriba un programa para resolver la ecuación del calor con transporte y reacción en un dominio rectangular de tamaño $L_x \times L_y$, con conductividad k, constante de reacción c y velocidad $\mathbf{v}$ por el Método de Diferencias Finitas, con un término fuente $Q(x, y)$.

   a) Resolver la ecuación del calor $k\Delta\phi = -Q$, con $Q = 1$ en un cuadrado de lado L. Hallar la máxima temperatura en el dominio. Encontrar experimentalmente como converge al valor exacto en función del parámetro de la malla.

   b) Resolver el problema de advección sobre una placa plana: $\mathbf{u} \cdot \nabla T - k\Delta T = 0$ en el semiplano $y > 0$, con $\mathbf{u} = (u, 0)$ y con condiciones de contorno $T(x, 0) = 0$, si $x < 0$ y $T(x, 0) = 1$, si $x \geq 0$. Encontrar como crece la capa límite $\delta(x)$ en función de x, donde $\delta(x)$ es el valor de y donde $T(x, y) = 0{,}1$

c) La ecuación que rige el transporte de calor en una aleta disipadora es $kt\Delta T - 2h(T - T_{\rm fl}) = 0$, donde t es el espesor de la aleta y h el coficiente pelicular de transferencia. Consideramos una aleta rectangular $0 \leq x \leq L_x$, $0 \leq y \leq L_y$, con condiciones de contorno, $T = 1$ en $x = 0$, y $(\partial T/\partial n) = 0$ en el resto del contorno. Estimar el calor removido

$$Q = \int_{x=0}^{L_x} \left[-kt \frac{\partial T}{\partial y}(x, y = 0) \right] \, \mathrm{d}x \tag{1}$$

y calcularlo en función del parámetro adimensional $\beta = hL_y^2/(kt)$ (equivalente al *"módulo de Thiele"*) y la relación de aspecto de la aleta L_x/L_y

((document-version "curso-cfd-0.0.1-9-gdfb6d2e 'clean")
(document-date "Fri May 25 13:49:23 2007 -0300")
(processed-date "Fri May 25 17:29:18 2007 UTC"))