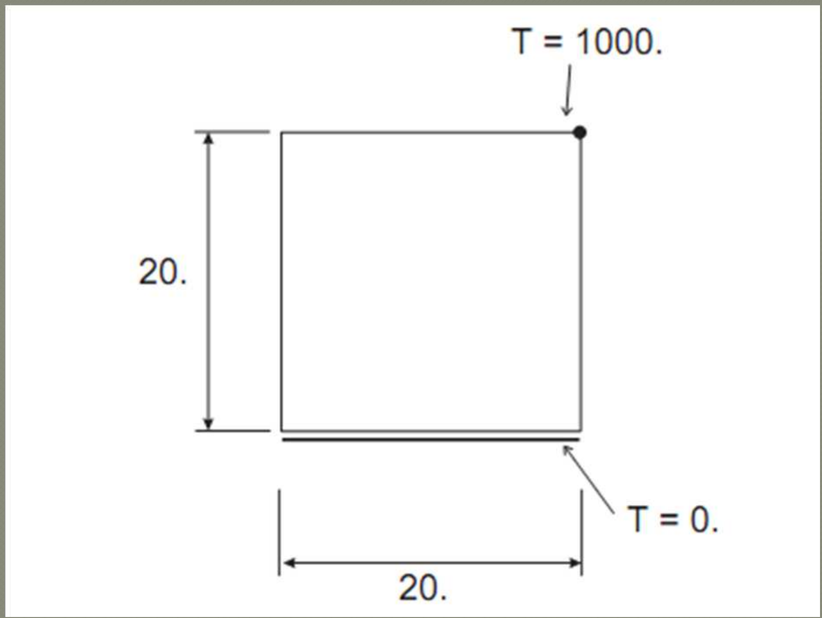
INTRODUCCION al METODO de ELEMENTOS FINITOS

Trabajos Prácticos
Guía 2

Ing. Civil Juan Pablo ARROYO
Año 2011

Ejercicio 1

Resolver el problema siguiente:



Resolucion Ejercicio 1

1) Dada una geometría, queremos generar un archivo de nodos (in) con sus coordenadas (xx) y de elementos (iel) con sus conectividades ($conec$).

$gen2d3n.m$: genera una malla rectangular 2d de triángulos.

$$gen2d3n(lx, numx, ly, numy, file) = [in, xx, iel, conec]$$

Argumentos de entrada de la función

lx: Longitud rectángulo en X
$numx$: Número de elementos sobre lado X
ly: Longitud rectángulo en Y
$numy$: Número de elementos sobre lado Y
$file$: Nombre del archivo a generar

Resolucion Ejercicio 1

2) Una vez generado el archivo de nodos y elementos, hay que definir en el mismo archivo las fijaciones y las cargas.

3) Definimos cual es el archivo con el que vamos a trabajar

$$file = \text{‘}nombre\_archivo\text{’}$$

4) Corremos el programa principal *ANALYSIS.m*

- Lee los datos → *input1*
- Arma la matriz de rigidez global → *stiffcur*
- Calcula la solución → *getsol*

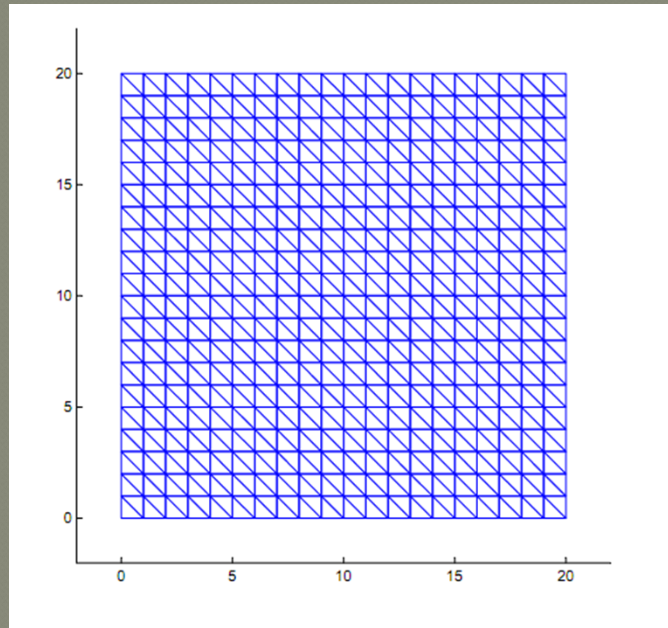
5) Visualizamos la malla y los resultados

→ *plotmalla*

→ *plotresul*

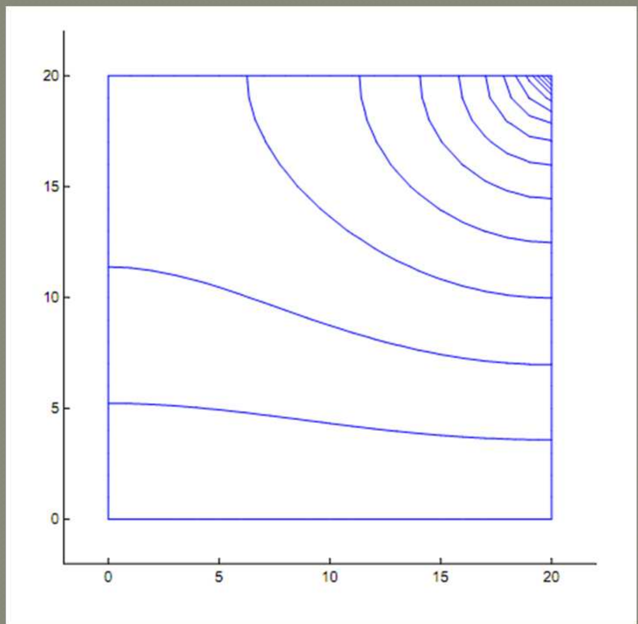
Resolucion Ejercicio 1

Preproceso:



Malla: 20x20
Nodos: 21x21

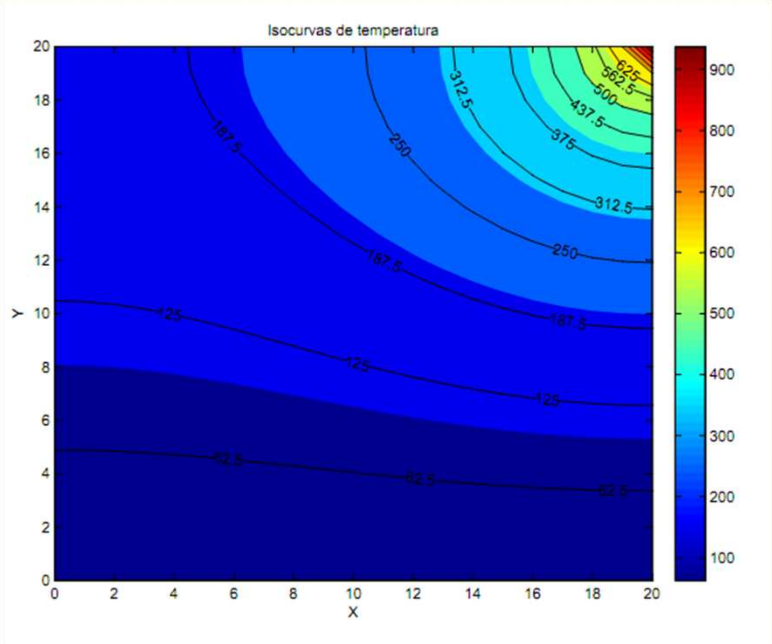
Postproceso:



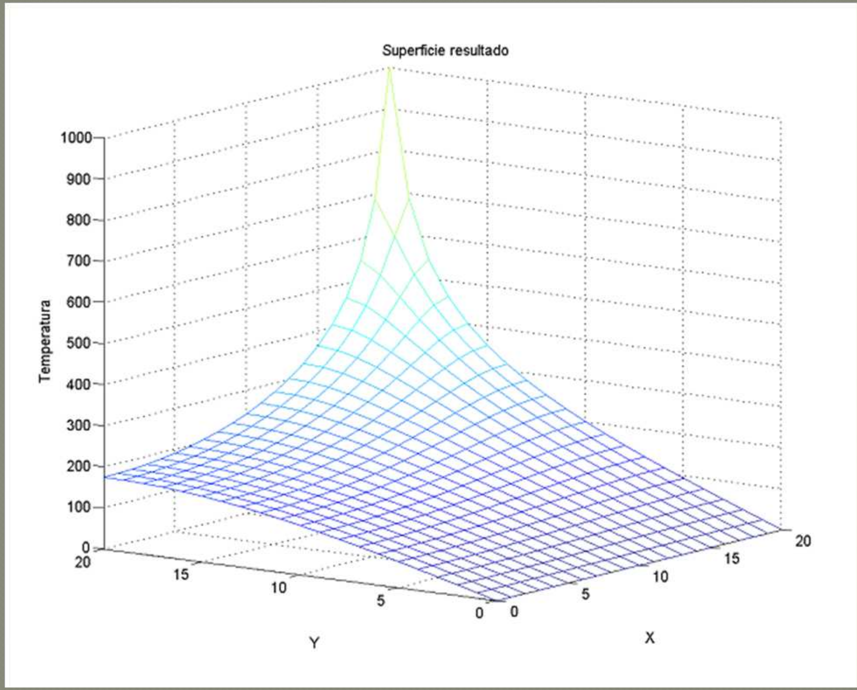
Isocurvas

Resolucion Ejercicio 1

Postproceso:



Resultados en Superficie



Isotermas

Ejercicio 2

El cálculo de la matriz de rigidez del elemento se realiza en la rutina **STIFFCUR**. Analizar el flujo de información hacia la rutina y desde esta al programa principal. Ver el significado de las distintas variables, en correspondencia con la teoría para el elemento triangular de conducción de calor con interpolación lineal de temperaturas en un medio bidimensional.

Resolución Ejercicio 2

```
function [row,col,sk] = stiffcur (in,xx,iel,conec,locel)
%
%  Generacion de la matriz de rigidez
%  Elemento triangulo lineal p/problema conduccion de calor
%
%  in:    Numeros de nodo
%  xx:    Tabla de coordenadas
%  iel:   Numeros de elemento
%  conec: Tabla de conectividades
%  locel: Tabla de vectores de localizacion
%
nel = length (iel);

%   Genera vector inn cuya componente "i" da la posicion donde se
%   almacenan las coordenadas del nodo "i" en la tabla "xx"

inn  = zeros(max(in),1);
for i=1:length(in)
    j      = in(i);
    inn(j) = i;
end

%   El vector ind es un vector auxiliar para realizar el desplazamiento
%   ciclico de indice en el lazo
ind  = [ 1, 2, 3, 1, 2];

%   row, col, sk dan los indices de fila, columna y contenido de la matriz
%   de rigidez en almacenamiento sparse
row  = zeros(9*nel,1);
col  = zeros(9*nel,1);
sk = zeros(9*nel,1);
```

Resolución Ejercicio 2

```
in1 = 0;
for iel = 1:nel
    for k=1:3
        X1(k) = xx(inn(conec(iel,k)),1);
        Y1(k) = xx(inn(conec(iel,k)),2);
    end

    dosdelta  = (X1(2)*Y1(3) - X1(3)*Y1(2)) + ...
                (X1(3)*Y1(1) - X1(1)*Y1(3)) + ...
                (X1(1)*Y1(2) - X1(2)*Y1(1)) ;

    for i=1:3
        beta(i)  =   (Y1( ind(i+1) ) - Y1( ind(i+2) ))/dosdelta;
        gamma(i) =  -(X1( ind(i+1) ) - X1( ind(i+2) ))/dosdelta;
    end
    for i = 1:3
        for j=1:3
            in1 = in1 + 1;
            row(in1) = inn(locel(iel,i));
            col(in1) = inn(locel(iel,j));
            sk(in1)  = (beta(i) * beta(j) + gamma(i)* gamma(j) )*dosdelta/2;
        end
    end
end
```

Resolución Ejercicio 2

Flujo de Entrada

in: Vector de nodos
xx: Matriz de coordenadas
iel: Vector de elementos
$conec$: Matriz de conectividades, por elemento

Análisis de la función

La función primero ordena los datos, construyendo dos matrices $X1$ de [3xm] y $Y1$ [3xm], donde ordena las coordenadas x e y respectivamente, de los nodos correspondientes al elemento. Posteriormente, arregla la matriz de rigidez elemental.

$delta$: determinante de la función
$beta$: coef. de términos lineales del polinomio lineal de aproximación.
$gamma$:coef. de términos

Resolución Ejercicio 2

Flujo de Salida

row: Vector donde la función ordena las filas de la matriz global.

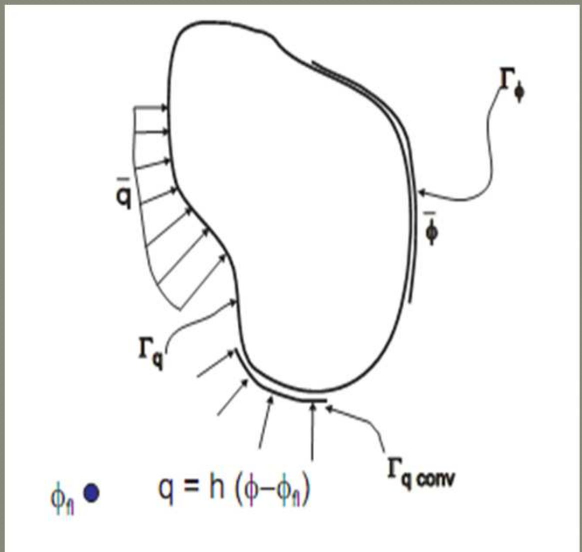
col: Vector donde la función ordena las columnas de la matriz global.

sk: Vector donde la función representa la matriz de rigidez.

Una vez calculada la matriz de rigidez elemental, el programa principal ensambla la matriz de rigidez global, ensamblando todas las matrices elementales por cada elemento.
La matriz de rigidez global, es de la forma “$sparce$”.

Ejercicio 3

Realizar las modificaciones necesarias para introducir el tratamiento de conductividad constante kx y ky (distintas de 1), y de condiciones de borde mixtas que permitan tratar fronteras con convección a un fluido exterior y/o flujos impuestos:



$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_Y \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) = Q \qquad \text{en } \Omega$$

$$\phi = \bar{\phi} \qquad \text{sobre } \Gamma_\phi$$

$$-\left(k_x n_x \frac{\partial \phi}{\partial x} + k_y n_y \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) = \bar{q} \qquad \text{sobre } \Gamma_\phi$$

$$-\left(k_x n_x \frac{\partial \phi}{\partial x} + k_y n_y \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) = h(\phi - \phi_{fl}) \text{sobre } \Gamma_{conv}$$

Resolución Ejercicio 3

Debilitamos el problema, multiplicando por una función de test v, e integramos sobre todo el dominio Ω.Aplicando la fórmula de Green, obtenemos:

$$\int_{\Omega} \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_Y \frac{\partial \phi}{\partial y}\right)\right] v \, d\Omega = \int_{\Omega} Q \, v \, d\Omega$$

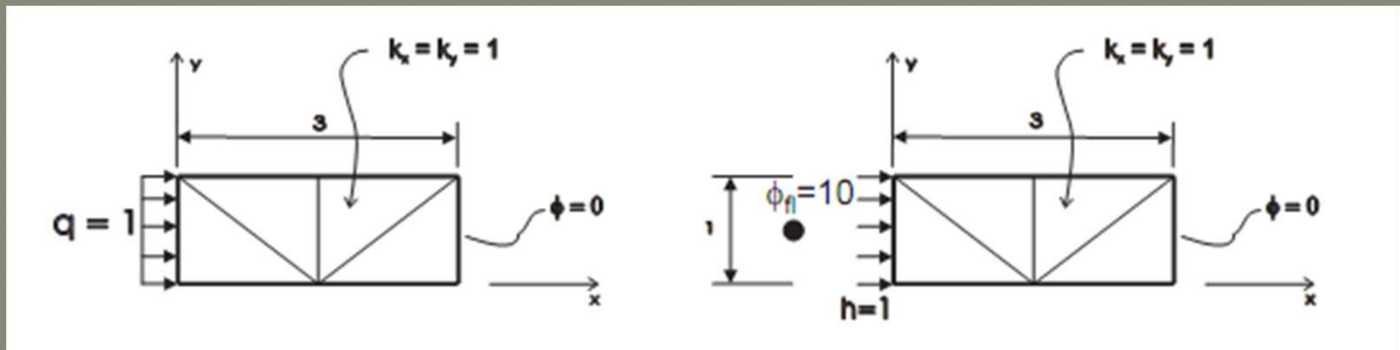
Separamos la integral sobre Γ en los distintos tipos de frontera, para aplicar las condiciones de contorno. Definimos en espacio v de funciones.

Resolución Ejercicio 3

Finalmente, nuestro problema variacional queda planteado:

Ejercicio 4

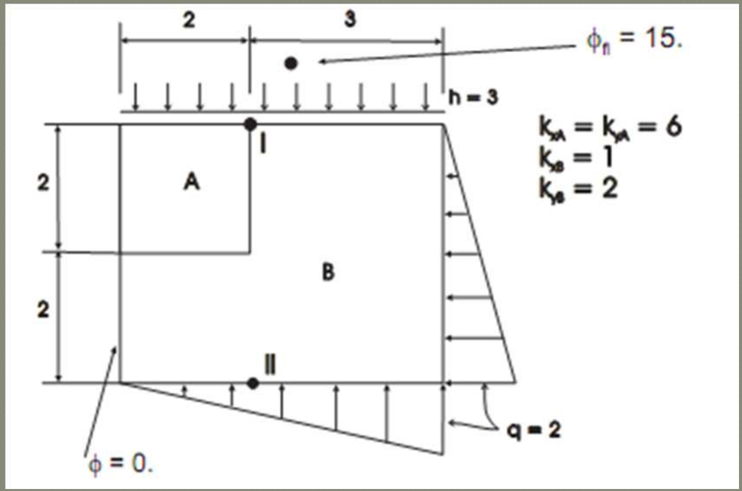
Verificar el programa en los casos siguientes, comparando con las soluciones analíticas:



Resolución Ejercicio 4

Ejercicio 5

Resolver el siguiente problema:



Calcular distribución de temperaturas a lo largo de la línea I-II.

Resolución Ejercicio 5